

必修四考前练兵卷二

一、选择题 共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题列出的四个选项中，选出符合题目要求的一项。

1. 在 $\triangle ABC$ 中， $a=1$ ， $\angle A=\frac{\pi}{6}$ ， $\angle B=\frac{\pi}{4}$ ，则 $c=$ ()

- A. $\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{2}$ B. $\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{2}$ C. $\frac{\sqrt{6}}{2}$ D. $\frac{\sqrt{2}}{2}$

2. 在 $\triangle ABC$ 中，角 B 为 $\frac{3\pi}{4}$ ， BC 边上的高恰为 BC 边长的一半，则 $\cos A=$ ()

- A. $\frac{2\sqrt{5}}{5}$ B. $\frac{\sqrt{5}}{5}$ C. $\frac{2}{3}$ D. $\frac{\sqrt{5}}{3}$

3. 在 $\triangle ABC$ 中，内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c ，若 $2b\cos C+c=2a$ ，且 $b=\sqrt{13}$ ， $c=3$ ，则 $a=$ ()

- A. 1 B. $\sqrt{6}$ C. $2\sqrt{2}$ D. 4

4. 在 $\triangle ABC$ 中， a, b, c 分别为内角 A, B, C 的对边，且 $\frac{2\sin C-\sin B}{\sin B}=\frac{a\cos B}{b\cos A}$ ，则 $A=$ ()

- A. $\frac{\pi}{6}$ B. $\frac{\pi}{4}$ C. $\frac{\pi}{3}$ D. $\frac{2\pi}{3}$

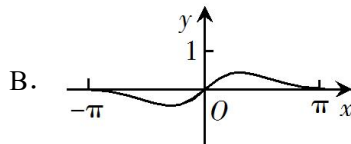
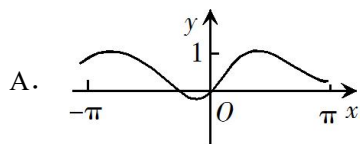
5. 在 $\triangle ABC$ 中， a, b, c 分别为内角 A, B, C 的对边， $\angle ACB=\frac{\pi}{3}$ ， D, E 分别是边 BC 和 AB 的中点， AD 与 CE 交于 G 点， $CG=2$ ，则 $\triangle ABC$ 面积的最大值是 ()

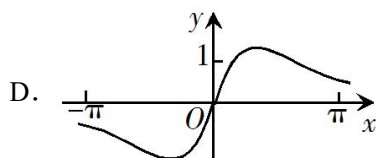
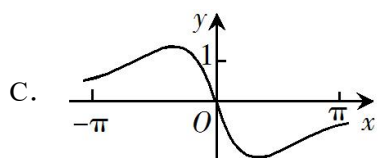
- A. $3\sqrt{3}$ B. $2\sqrt{3}$ C. $\frac{5\sqrt{3}}{3}$ D. $\frac{4\sqrt{3}}{3}$

6. 在 $\triangle ABC$ 中，若 $3(\overrightarrow{CA}\cdot\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{CB}\cdot\overrightarrow{AB})=2|\overrightarrow{AB}|^2$ ，则 $\tan A+\frac{1}{\tan B}$ 的最小值为 ()

- A. $\sqrt{5}$ B. $2\sqrt{5}$ C. $\sqrt{6}$ D. $\frac{\sqrt{6}}{2}$

7. 函数 $f(x)=\frac{\sin x+x}{\cos x+x^2}$ 在 $[-\pi, \pi]$ 的图像大致为 ()





8. 在 $\triangle ABC$ 中, 如果边 a, b, c 满足 $a \leq \frac{1}{2}(b+c)$, 则 $\angle A$ ()

A. 一定是锐角 B. 一定是钝角 C. 一定是直角 D. 以上情况都有可能

9. 在 $\triangle ABC$ 中, 角 A, B, C 所对应的边分别为 a, b, c , 若 $bc=1, b+2c\cos A=0$, 则当角 B 取得最大值时, 三角形的周长为 ()

A. $2+\sqrt{3}$ B. $2+\sqrt{2}$ C. 3 D. $3+\sqrt{2}$

10. 在 $\triangle ABC$ 中, 角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , 若 $a=1, \sqrt{3}\sin A\cos C + (\sqrt{3}\sin C + b)\cos A = 0$, 则角 $A =$ ()

A. $\frac{2\pi}{3}$

B. $\frac{\pi}{3}$

C. $\frac{\pi}{6}$

D. $\frac{5\pi}{6}$

11. 已知 a, b, c 分别为 $\triangle ABC$ 的三个内角 A, B, C 的对边, $a=2$, 且 $(2+b)(\sin A - \sin B) = (c-b)\sin C$, 则 $\triangle ABC$ 面积的最大值为

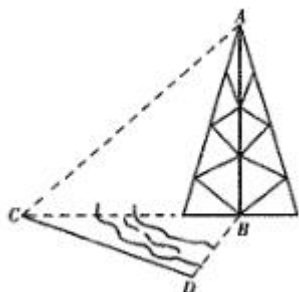
A. $\sqrt{3}$ B. 2 C. $2\sqrt{2}$ D. $2\sqrt{3}$

12. 在锐角三角形中, a, b, c 分别是内角 A, B, C 的对边, 设 $B=2A$, 则 $\frac{a}{b}$ 的取值范围是 ()

A. $\left(\frac{\sqrt{3}}{3}, \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$ B. $(\sqrt{2}, 2)$ C. $(\sqrt{2}, \sqrt{3})$ D. $(0, 2)$

二、填空题 共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13. 如图，测量河对岸的塔高 AB 时，可以选与塔底 B 在同一水平面内的两个观测点 C ， D ，测得 $\angle BCD = 15^\circ$ ， $\angle CBD = 30^\circ$ ， $CD = 10\sqrt{2}$ （米），并在 C 处测得塔顶 A 的仰角为 45° ，则塔高 $AB =$ 米.



14. 锐角 $\triangle ABC$ 中，角 A ， B ， C 的对边分别为 a ， b ， c ，若 $b^2 = a(a+c)$ ，则 $\frac{c}{a}$ 取值范围是_____.

15. 在 $\triangle ABC$ 中， $\angle ABC = 90^\circ$ ， $AB = 4$ ， $BC = 3$ ，点 D 在线段 AC 上，若 $\angle BDC = 45^\circ$ ，则 $BD =$ _____， $\cos \angle ABD =$ _____.

16. 在 $\triangle ABC$ 中， a, b, c 分别为内角 A, B, C 的对边，若 $\left(\frac{1}{2}b - \sin C\right) \cos A = \sin A \cos C$ ，且 $a = 2$ ，则 $\triangle ABC$ 的面积的最大值为_____.

三、解答题 共 6 小题，共 70 分。解答应写出文字说明，演算步骤或证明过程。

17. $\triangle ABC$ 的内角 A ， B ， C 的对边分别是 a ， b ， c ，已知 $b \cos C + c \sin B = 0$.

(1) 求 C ；

(2) 若 $a = \sqrt{5}$ ， $b = \sqrt{10}$ ，点 D 在边 AB 上， $CD = BD$ ，求 CD 的长.

18. 已知 $\triangle ABC$ 中，内角 A, B, C 的对边分别是 a, b, c ，且 $a \sin A + c \sin C - b \sin B = \sqrt{2} a \sin C$.

(1) 求角 B 的大小；

(2) 设向量 $\vec{m} = (\cos A, \cos 2A)$ ， $\vec{n} = (12, -5)$ ，边长 $a = 4$ ，求当 $\vec{m} \cdot \vec{n}$ 取最大值时，求 b 边的长.

19. 在 $\triangle ABC$ 中，记内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c ，已知 B 为锐角，且 $a \cos B + b \sin B = c$.

(1) 求角 C ；

(2) 若 $B = \frac{\pi}{3}$ ，延长线段 AB 至 D ，使得 $CD = \sqrt{3}$ ，且 $\triangle ACD$ 的面积为 $\frac{3\sqrt{3}}{4}$ ，求线段 BD 的长度.

20. 已知 $\triangle ABC$ 中, 角 A 、 B 、 C 的对边分别为 a 、 b 、 c , $2a \cos^2 \frac{B}{2} = a + b \sin A$, $c = 6$, $S_{\triangle ABC} = 9$.

(1) 求 a 的值;

(2) 若点 E 、 F 分别在边 AB 、 BC 上, 且 $AE = 4$, $AF \perp CE$, 求 AF 的长.

21. 已知函数 $f(x) = \cos x(\sqrt{3} \sin x - \cos x) + \frac{1}{2}$.

(1) 求 $f(\frac{\pi}{3})$ 的值;

(2) 当 $x \in [0, \frac{\pi}{2}]$ 时, 不等式 $c < f(x) < c + 2$ 恒成立, 求实数 c 的取值范围.

22. 在 $\triangle ABC$ 中, a 、 b 、 c 分别是内角 A 、 B 、 C 的对边, 且 $\sqrt{3}b \cos A = \sin A(a \cos C + c \cos A)$.

(1) 求角 A 的大小;

(2) 若 $a = 2\sqrt{3}$, $\triangle ABC$ 的面积为 $\frac{5\sqrt{3}}{4}$, 求 $\triangle ABC$ 的周长.